

ASTROFYYSIIKAN KAAVOJA:

1) AALTOLIIKEOPIN PERUSYHTÄLÖ

$$c = \lambda f$$

c = valon nopeus $\approx 300\,000$ km/s, λ = aallonpituus (m), f = taajuus (Hz).

2) MASSAN JA ENERGIAN EKVIVALENSSI

$$E = mc^2$$

E = energia (J), m = massa (kg), c = valon nopeus $\approx 3,0 \cdot 10^8$ m/s.

3) PLANCKIN LAKI

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

E = säteilykvantin (fotonin) energia (J, eV), f = taajuus (Hz), h = Planckin vakio
 $= 6,6260755 \cdot 10^{-34}$ Js $= 4,135669 \cdot 10^{-15}$ eVs, c = valon nopeus $\approx 3,0 \cdot 10^8$ m/s, λ = aallonpituus (m).

4) TEHO

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t}$$

P = teho (W), W = työ (J), t = aika (s), E = energia (J).

5) INTENSITEETTI

$$I = \frac{P}{A}$$

I = intensiteetti eli säteilyn voimakkuus (W/m^2), P = teho (W), A = pinta-ala (m^2).

6) WIENIN SIIRTYMÄLAKI

$$T \lambda_{\max} = b \quad (\lambda \text{ pieni})$$

T = tähden lämpötila (K), λ_{\max} = säteilyn intensiteetin maksimikohtaa vastaava aallonpituus,
 b = Wienin siirtymävakio $\approx 2900 \mu\text{m} \cdot \text{K}$.

→ tähden lämpötilan määrittäminen

7) RAYLEIGH'N-JEANSIN LAKI

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2ckT}{\lambda^4} \quad (\lambda \text{ suuri})$$

T = lämpötila (K), k = Boltzmannin vakio $= 1,380658 \cdot 10^{-23}$ J/K, c = valon nopeus $\approx 3,0 \cdot 10^8$ m/s,
 λ = aallonpituus (m).

8) STEFANIN BOLTZMANNIN LAKI

$$I = \sigma T^4$$

I = säteilyn intensiteetti (W/m^2), T = absoluuttinen lämpötila (K), σ = ns. Stefanin ja Boltzmannin vakio $\approx 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2\text{K}^4$.

9) VETYATOMIN PEKTRIVIIVOJEN AALLONPITUUDET

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

λ = aallonpituus (m), m ja n pääkvanttilukuja; $m = 1, 2, 3, \dots$ ja $n = m+1, m+2, m+3, \dots$
 R_H = Rydbergin vakio = $1,0973731 \cdot 10^7 \text{ 1}/\text{m}$.

10) GRAVIOTAATIOLAKI ELI YLEINEN VETOVOIMALAKI (= NEWTONIN PAINOVOIMALAKI)

$$F = \chi \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

→ taivaankappaleen massan määrittäminen

F on kappaleiden m_1 ja m_2 välinen vetovoima (N), m_1 ja m_2 ovat kappaleiden massat (kg),
 r on kappaleiden keskipisteiden välinen etäisyys (m), χ on yleinen gravitaatiovakio (= G, f);
 $\chi = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ (MAOL s. 71).

11) GRAVITAATIOKENTTÄ

$$E_p = -\gamma \frac{mM}{r}$$

E_p = Kappaleen m gravitaation potentiaalienergia kappaleen M kentässä (m, M massat (kg)),
 r = kappaleen m etäisyys gravitaatiokentän lähteestä (M), χ = on yleinen gravitaatiovakio
(= G, f); $\chi = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ (MAOL s. 71).

12) EKSENTRISYYS

$$e = \frac{c}{a}$$

e = eksentrisyys

c = Auringon etäisyys ellipsin keskipisteestä

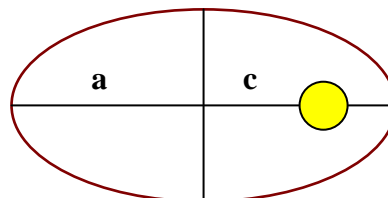
a = ison akselin puolikas

$e = 0$: ympyrä

$0 < e < 1$: ellipsi

$e = 1$: paraabeli

$e > 1$: hyperbeli.



13) KEPLERIN KOLMAS LAKI

P = kiertoaika vuosina
a = isonakselin puolikas AU:na.

$$P^2 = a^3$$

14) KEPLERIN TARKENNETTU KOLMAS LAKI

m = massa Auringon massoina
P = kiertoaika vuosina
a = isonakselin puolikas AU:na.

$$P^2 = \frac{1}{(1+m)} a^3$$

15) PLANEETAN MASSA KUIDEN AULLA

m = massa Maan massoina
a = isonakselin puolikas kilometreinä
P = kiertoaika minuutteina.

$$m = 2,75 \cdot 10^{-8} \frac{a^3}{P^2}$$

→ taivaankappaleen massan määrittäminen

16) DOPPLERIN KAAVA

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \rightarrow v = c \cdot \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

→ etääntymisnopeus

v = valolähteen (esim. galaksi) nopeus (m/s)
λ = havaittu aallonpituus (m)
λ₀ = lepoaallonpituus (m)
c = valon nopeus = 2,99792458 · 10⁸ m/s (MAOL s. 71).

17) EROTUSKYKY

$$\Theta = \frac{\lambda}{D}$$

Θ = erotuskyky radiaaneina, rad (optiset teleskoopit ja radioteleskoopit), 2π rad = 360°
λ = aallonpituus (m)
D = kaukoputken aukko eli objektiivin halkaisija (m)

18) PARALLAKSI ("Kolmiomittaus")

- tähden etäisyys $r = \frac{R}{\sin \pi}$ (*),

R = Maan säde,

π = parallaksi eli tähden paikan poikkeama sen keskimääräisestä paikasta
= kulma π , jossa Maan radan säde R näkyy tähdestä katsottuna (= parallaksi).

Hyvin pienille radiaaneissa ilmoitetuille kulmille x pätee likimain $\sin x \approx x$,
kun siis x on pieni (rad). Näin ollen eo. yhtälöstä (*)

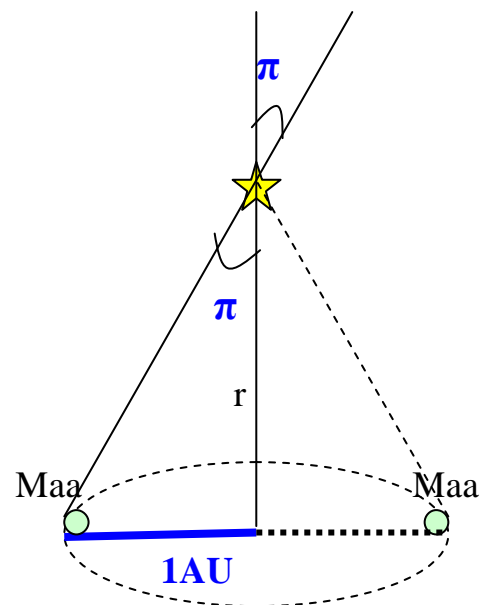
saadaan: $r = \frac{R}{\pi}$. Yhtälö pätee, jos π ilmoitetaan radiaaneina (rad) sekä R ja r
samoissa etäisyyden yksiköissä.

Jos kulma π ilmoitetaan kaarisekunteina (") ja tähden etäisyys parsekeina (pc),
niin tähden etäisyydelle saadaan lauseke:

$$r = \frac{1}{\pi}$$

- r = tähden etäisyys (pc)
- π = parallaksi (kaarisekunteina ")

- kanta = Maan radan halkaisija
- tähden paikka mitataan puolen vuoden välein



→ lähitähtien etäisyyden määrittäminen

VRT.

Parsek eli parallaxisekunti (pc) on se etäisyys, josta Maan radan säde eli 1 AU:n mittainen jana näkyy yhden kaarisekunnin (1 ") eli 1/3600 asteen kulmassa.

Yhteyksiä:

Yksi radiaani $1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 206265''$, joten $1 \text{ pc} \approx 206265 \text{ AU}$.

Parsekille pätee myös: $1 \text{ pc} = \frac{1 \text{ AU}}{\tan\left(\frac{1}{3600}\right)^\circ} \approx 206265 \text{ AU}$

Tähtitieteellinen yksikkö $1 \text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$, joten $1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$.

Valovuosi vv = valon vuodessa kulkema matka;

ly (light year) = $c \cdot t = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \approx 9,461 \cdot 10^{15} \text{ m}$.

18) ETÄISYYS JA KIRKKAUDET

$$r = 10 \cdot 10^{\frac{m-M}{5}}$$

→ *tähden etäisyys*

r = etäisyys parsekeina (pc)

m = näennäinen suuruusluokka (näennäinen magnitudi)

M = todellinen suuruusluokka (absoluuttinen magnitudi)

(ks. Karttunen-Donner-Kröger-Oja-Poutanen: Tähtitieteen perusteet, URSA ry, 4. laitos 2003, s. 134-140, Heikki Oja: Polaris, Koulun tähtitieto, URSA, 6. painos 2004, s.154).

19) HUBBLEN LAKI

$$v = Hr$$

→ *galaksin etäisyys*

v = galaksien pakenemisnopeus (km/s)

H = Hubblen vakio, $H \approx (72 \pm 5) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$

r = galaksin etäisyys (Mpc).

(1 pc = 3,26 vv = 30,85678 Pm)

Koska $t = s/v$, niin

→ *maailmankaikkeuden ikä* saadaan Hubblen vakion käänteisarvona eli $t = v/r = H^{-1}$.

$$H^{-1} \approx \frac{1}{72 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}} = \frac{1}{72000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot (10^6 \cdot 30,85678 \cdot 10^{15} \text{ m})^{-1}} = \frac{30,85678 \cdot 10^{21} \text{ s}}{72000}$$

$$H^{-1} \approx 4,285663889 \cdot 10^{17} \text{ s} \approx 1,359 \cdot 10^{10} \text{ a} \approx 13,6 \cdot 10^9 \text{ a}$$

Maailmankaikkeuden ikä on noin 14 mrd vuotta.

HUOMAUTUKSIA:

HUOM. 1.

Wienin siirtymälaki ja **Rayleigh'n-Jeansin laki** saadaan likiarvomenettylynä (approksimaationa) ja **Stefanin Boltzmannin laki** integroimalla **Planckin säteilylaista:**

$$B_\nu(T) = B(\nu; T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \text{ (Ks. Karttunen-Donner-Kröger-Oja-Poutanen:}$$

Tähtitieteen perusteet, URSA ry, 4. laitos 2003, s. 160-164)

Planckin laki puolestaan voidaan johtaa kvanttistatistiikasta

(ks. esim. http://fi.wikipedia.org/wiki/Planckin_laki).

