

## 7. KURSSI: Sähkömagnetismi

(FOTONI 7: PÄÄKOHDAT)

### 1. MAGNETISMI

Magneettiset vuorovaikutukset,

Magneettikenttä

$B = \text{magneettivuon tiheys}$  (yksikkö:  $T = \text{Vs/m}^2$ ), MAOL s. 67,

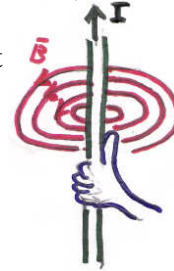
(magneettikenttää kuvaava vektorisuure; itseisarvona Lorentzin voimasta:  $B = \frac{F_m}{Qv}$ )

#### Magnetoituminen

- väliaineen suhteellinen permeabiliteetti  $\mu_r$  (MAOL s. 95-96(92-93)).
- tyhjiön permeabiliteetti eli magneettivakio  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$  (MAOL s. 71).
- väliaineen permeabiliteetti  $\mu = \mu_r \mu_0$
- diamagneettiset, ferromagneettiset ja paramagneettiset aineet

#### Sähkövirran synnyttämä magneettikenttä

- Suoran virtajohtimen magneettikenttä; oikean käden sääntö  
(**OKS-johdin**: sormet:  $B$ , peukalo:  $I$ )

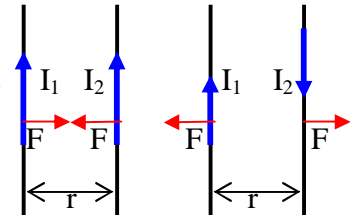


$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{Biot'n ja Savartin laki, MAOL s. 124(119)})$$

- Kahden suoran johtimen välinen magneettinen vuorovaikutus

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} l \quad (\text{Ampèren laki, MAOL s. 124(119)})$$

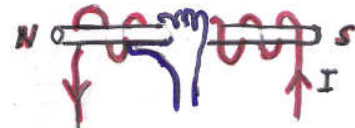
Ampeerin määritelmä (MAOL s. 65)



- Suora virtajohdin homogeenisessa magneettikentässä:  $F_m = I l B \sin\alpha$   
( $\alpha$  = johtimen ja magneettikentän välinen kulma);  $F_m = I l B$  ( $l \perp B$ )
- Virtasilmukan ja kääninmagneettikenttä; oikean käden sääntö

pitkä käämi, sisällä:  $B = N \frac{\mu_0}{l} I$

(**OKS-käämi**: sormet:  $I$ , peukalo: magn.kentän N-napa)



- Johdinsilmukka magneettikentässä: momentti  $M = I B A \sin\alpha$
- Käämi magneettikentässä: momentti  $M = N I B A \sin\alpha$ , yksikkö:  $[M] = \text{Nm}$  ( $\neq J$ )

#### Maan magneettikenttä

Inkлинаatio = kulma, jonka Maan magneettikentän suunta muodostaa vaakatason kanssa

Deklinaatio = kulma, jonka kompassineula poikkeaa maantieteellisestä pohjoissuunnasta

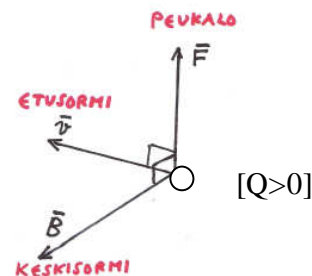
#### Varattu hiukkanen magneettikentässä

$$\boxed{F_m = Q\vec{v} \times \vec{B} = QvB \sin\alpha} \quad (\text{Lorentzin voima})$$

oikean käden sääntö (**OKS-varaus(+)**):

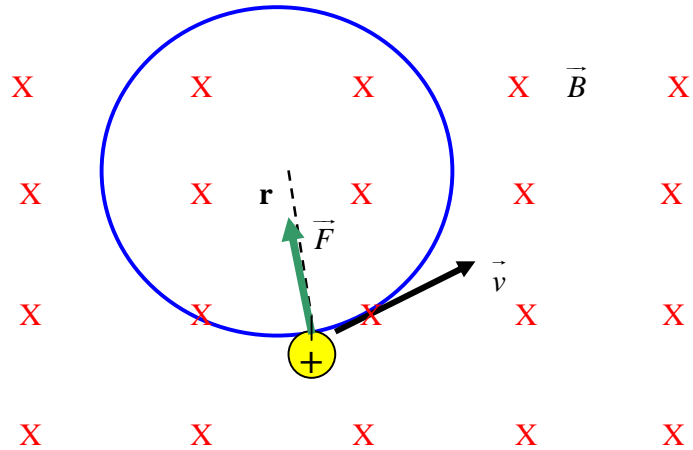
posit. varaus: etusormi  $v$ ,  $I$ , keskisormi  $B$ , peukalo  $F_m$ )

Magneettikenttään kohtisuorasti ( $\vec{v} \perp \vec{B}$ ) nopeudella  $v$  liikkuvaan varaukseen  $Q$  kohdistama magneettikentän voima  $F_m = QvB$ .

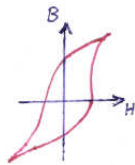


$F$  = magneettikentän voima (N),  $Q$  = varaus (C),  $v$  = varauksen nopeus (m/s),  
 $B$  = magneettivuon tiheys (T). Kulma  $\alpha$  = nopeuden  $v$  ja magneettikentän  $B$  välinen kulma.  
 - Varauksen rata magneettikentässä (liikeyhtälö eli rataehto);  $\sum \vec{F} = m\vec{a}_n \Leftrightarrow F_m = m \cdot \frac{v^2}{r}$

$$QvB = \frac{mv^2}{r} \quad (\vec{v} \perp \vec{B})$$



- Sovelluksia: syklotroni, massaspektrometri, MHD, ...
- hystereesi



## 2. SÄHKÖMAGNEETTINEN INDUKTIO:

= ilmiö, jossa johtimen ympärillä muuttuva magneettikenttä indusoi johtimeen jännitteen, joka aiheuttaa suljettuun virtapiiriin induktiovirran

**Lenzin laki:** induktiovirta on suunnaltaan sellainen, että sen vaikutukset vastustavat muutosta, joka induktion aiheuttaa



### 2.2. Induktiolaki

- suoraa johtimen induktiolaki: liikkuva johdin magneettikentässä;  $e = lvB \sin \alpha$

( $\alpha$  = johtimen pituuden  $l$  ja nopeuden  $v$  suunnan välinen kulma),

$$e = lvB \quad (v \perp l)$$

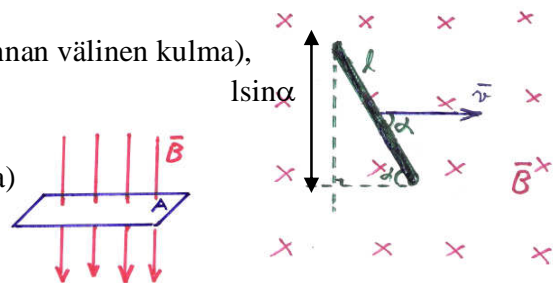
- magneettivuo;  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \alpha$

( $\alpha$  = pinnan  $A$  normaalin ja  $B$ :n välinen kulma)

(= kenttäviivojen lkm pinta-alaa kohti, yksikkö:  $Wb = Vs$ ) (MAOL s. 67, 125(120))

- magneettivuo  $\Phi = BA \cos \alpha$  voi muuttua, kun

- 1) magneettivuon tiheys  $B$  muuttuu, 2) silmukan ala  $A$  muuttuu,
- 3) silmukan asento magneettikentässä muuttuu,

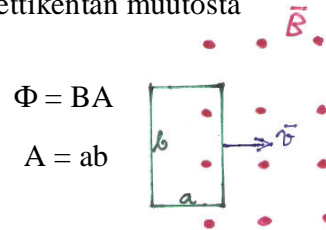


**Induktiolaki** (Faradayn ja Henryn laki):

johdinsilmukalle:  $e_k = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , käämille:  $e_k = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  (N = käämin kierrosluku)

- kun johdinsilmukan läpäisevä magneettivuo muuttuu, silmukkaan indusoituu lähdejännite, joka on yhtä suuri kuin magneettivuon muuttumisnopeus. Jännitteen suunta on sellainen, että se vastustaa magneettikentän muutosta (miinusmerkki johtuu siis Lenzin laista)

eli  $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ .



**2.3. Itseinduktio**

= ilmiö, jossa johtimen muuttuva sähkövirta indusoi samaan johtimeen sähkövirran muutoksia vastustavan jännitteen

- Käämin magneettivuo  $\Phi = LI$ , L = käämin induktanssi, yksikkö:  $[L] = \frac{Vs}{A} = H$  (henry)

- Induktanssi = käämille ominainen suure, joka ilmaisee käämin kyvyn vastustaa sähkövirran muuttumista eli itseinduktioilmiön voimakkuuden

(Induktanssi = virtapiirin hitauden mitta)  $e_k = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$



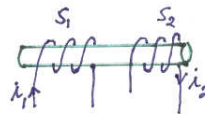
Käämin päiden välinen jännite  $U_{AB} = RI + L\frac{dI}{dt}$

**2.4. Keskinäisinduktio**

= ilmiö, jossa toisessa käämissä muuttuva sähkövirta aiheuttaa induktiojännitteen toiseen käämiin, kun käämit ovat induktiivisesti kytketyt

- käämit ovat **induktiivisesti kytketyt**, jos toisen magneettikenttä kulkee osittain tai kokonaan toisen käämin kautta

$e_2 = -M\frac{\Delta i_1}{\Delta t}$ ,  $e_1 = -M\frac{\Delta i_2}{\Delta t}$



**2.5. Induktiovirran teho ja magneettikentän energia**

- käämin magneettikentän energia  $E_B = \frac{1}{2}LI^2$

kapasitanssi:  $C = \frac{Q}{U}$

- vrt. kondensaattorin sähkökentän energia  $E_C = \frac{1}{2}CU^2$

**2.6. Induktioilmiön seurauksia**

- **generaattori, sähkömoottori, pyörrevirrat, magneettinen levitaatio, suprajohteet, pyörrevirtojen hyötykäyttö:**

2) pyörrevirtojen voimavaikutus → induktiojarrut (mittarit, vaa'at, junat), autojen ja moottoripyörien nopeusmittarit (induktiokytkin), induktiomootorit, kWh-mittarit,

1) pyörrevirtojen lämpövaikutus → induktiouunit (metallien sulatus), induktioliedet, metallinilmaisimet,

pyörrevirtojen haittoja: tehohäviöt muuntajissa ja sähkömoottoreissa, magneettiset myrskyt,

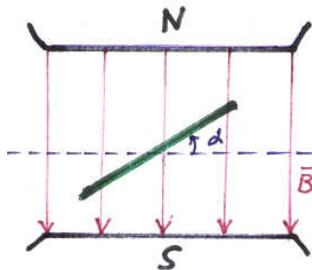
### 3. VAIHTOVIRTA

= sähkövirta, jonka suunta muuttuu jaksollisesti

- generaattori: mekaaninen energia  $\xrightarrow{\text{induktio}}$  sähkömagneettinen energia

#### 3.1 Sinimuotoinen vaihtovirta

$$u = \hat{u} \sin \omega t = \hat{u} \sin 2\pi ft \quad i = \hat{i} \sin \omega t = \hat{i} \sin 2\pi ft$$



$\omega$  = kulmanopeus (rad/s),  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  = taajuus,  $f = \frac{1}{T}$ ,

$T$  = jakson aika,  $\alpha = \omega t$

$\hat{u}$  = jännitteen huippuarvo,  $\hat{i}$  = virran huippuarvo,  $\hat{i} = \frac{\hat{u}}{R}$

Johdinsilmukalle pätee:

$$e = \hat{e} \sin \omega t = \hat{e} \sin 2\pi ft \quad \hat{e} = BA\omega$$

$\hat{e} = NBA\omega$  (käämille),  $N$  = käämin kierrosluku

- vaihtojännitteen ja -virran TEHOLLISET ARVOT:

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

(Suomessa:  $f = 50$  Hz,  $U = 230$  V ja huippuarvo 325 V)

#### 3.2 Reaktanssi

- käämin induktiivinen reaktanssi  $X_L = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}$

- kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi  $X_C = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}$

- Kirchhoffin lait vaihtovirtapiirissä (ks. fotoni 7: s. 92-94)

**3.3 Vastus vaihtovirtapiirissä:** virta ja jännite ovat samassa vaiheessa

**3.4 Kondensaattori vaihtovirtapiirissä:** jännite on vaihe-eron  $\frac{\pi}{2}$  virtaa jäljessä

Kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ,  $\omega = 2\pi f$ , yksikkö:  $|X_C| = \Omega$

= kondensaattorin vaihtovirtaa vastustava ominaisuus

**3.5 Käämi vaihtovirtapiirissä:** jännite on vaihe-eron  $\frac{\pi}{2}$  virtaa edellä (ideaalinen käämi:  $R = 0$ )

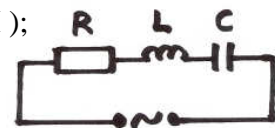
Käämin induktiivinen reaktanssi  $X_L = \omega L$ ,  $\omega = 2\pi f$ , yksikkö:  $|X_L| = \Omega$

= käämin vaihtovirtaa vastustava ominaisuus (käämi = kuristin),

#### 3.6 Impedanssi

- vastus, käämi ja kondensaattori sarjassa vaihtovirtapiirissä (RLC-PIIRI);

- IMPEDANSSI:  $Z = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

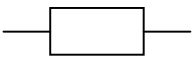

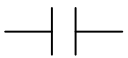
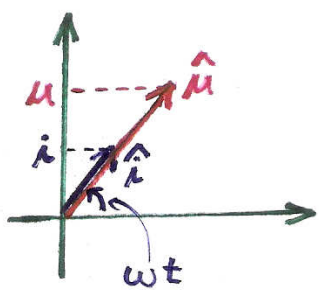
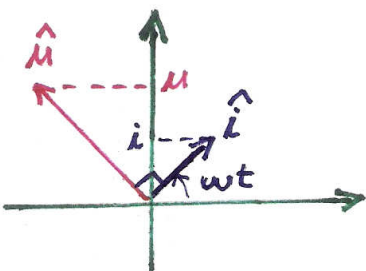
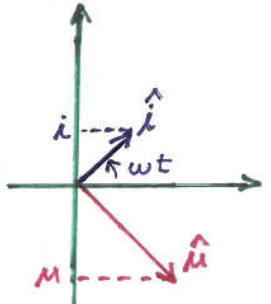


= vaihtovirtapiirin sähkövirtaa vastustava ominaisuus, yksikkö:  $|Z| = \Omega$ .

- induktiivinen reaktanssi;  $X_L = \omega L$ ,
- kapasitiivinen reaktanssi;  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ,
- (reaktanssi eli näennäisvastus;  $X = X_L - X_C$ ),
- jännitteen ja sähkövirran välinen **VAIHE-ERO**  $\varphi$ ;  $\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$ ,
- RLC-piirin impedanssi;  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
- **vastuksessa virta ja jännite ovat samassa vaiheessa, käämissä jännite on edellä virtaa ja kondensaattorissa jännite on jäljessä virtaa**
- tehollisille arvoille pätee:  $U = ZI$  (Ohmin lain yleistys)  
(vastaavasti myös huippuarvoille)

### 3.7. Vaihtojännitteen ja impedanssin vektoriesitys (ks. Fotoni 7, s. 111-120)

#### **VASTUS, KÄÄMI TAI KONDENSAATTORI VAIHTOVIRTAPIIRISSÄ**

	<b>Vastus</b> 	<b>Käämi</b> 	<b>Kondensaattori</b> 
<b>Virta</b>	$i = \hat{i} \sin \omega t$	$i = \hat{i} \sin \omega t$	$i = \hat{i} \sin \omega t$
<b>Jännite</b>	$u = \hat{u} \sin \omega t$	$u = \hat{u} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$u = \hat{u} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$
<b>Vaihe-ero</b>	$\varphi = 0$	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
<b>Huippujännite</b>	$\hat{u} = R\hat{i}$	$\hat{u} = \omega L\hat{i}$	$\hat{u} = \frac{1}{\omega C}\hat{i}$
<b>Tehollinen virta</b>	$I = \frac{U}{R}$	$I = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega L}$	$I = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}}$
<b>Osoitin-diagrammi jännitteestä ja virrasta</b>			

### 3.8 Resonanssitaajuus

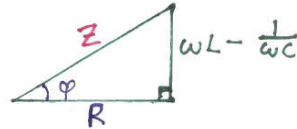
$I = \frac{U}{Z}$  on minimissä, kun  $Z$  on minimissä  $\rightarrow X_L - X_C = 0 \rightarrow I = \frac{U}{R}$  ja  $\varphi = 0$

$\rightarrow$  **RESONANSSITAAJUUS**;  $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ,  $L$  = käämin induktanssi.  $C$  = kond. kapasitanssi.

### 3.9 Vaihtovirran teho

- **VAIHTOVIRRRAN TEHO**;  $P = UI \cos\varphi$  (= pätöteho),  $\cos\varphi$  = ns. tehokerroin ( $P = RI^2$ )

$$P = UI \cos\varphi = Z I \cdot I \frac{R}{Z} = RI^2$$

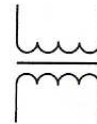


## 4. ENERGIAN SIIRTO SÄHKÖVIRRRAN AVULLA

### 4.1 Muuntaja

- sähköenergian siirto, virran ja jännitteen muunto sopivaksi
- **MUUNTAJA**:
- kaksi toisiinsa induktiivisesti kytkettyä käämiä (yhteinen rautasydän)

muuntajayhtälö; 
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$



### 4.2 Sähköenergian siirto (suurilla jännitteillä, pienillä virroilla)

### 4.3 Kolmivaihevirta

- kolmivaihevirta ja kolmivaihemoottori

## 5. SÄHKÖMAGNEETTINEN VIESTINTÄ

### 5.1. Sähkömagneettinen säteily (MAOL s. 87(84)) $c = \lambda f$ $E = hf$

= poikittaista aaltoliikettä, joka etenee valon nopeudella ja jossa sähkökenttä ja magneettikenttä värähtelevät kohtisuorasti toisiaan vastaan

### 5.2. Sähkömagneettinen värähtelypiiri

- 1) sarjaresonanssi
- 2) rinnakkaisresonanssi

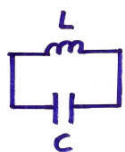
$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow$$

$\rightarrow$  **RESONANSSITAAJUUS**;  $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  (MAOL s. 126(121))

(vrt. mekaanisen värähtelijän ominaistaajuus;  $f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ )

**LC-värähtelypiiri:**  $\frac{1}{2}CU^2 \Rightarrow \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow \frac{1}{2}CU^2 \Rightarrow \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow \dots jne$

$$E = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \text{vakio} \quad (\text{vrt: } E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \text{vakio})$$



$$\rightarrow \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}LI^2$$

$$(\text{vrt: } \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2)$$

