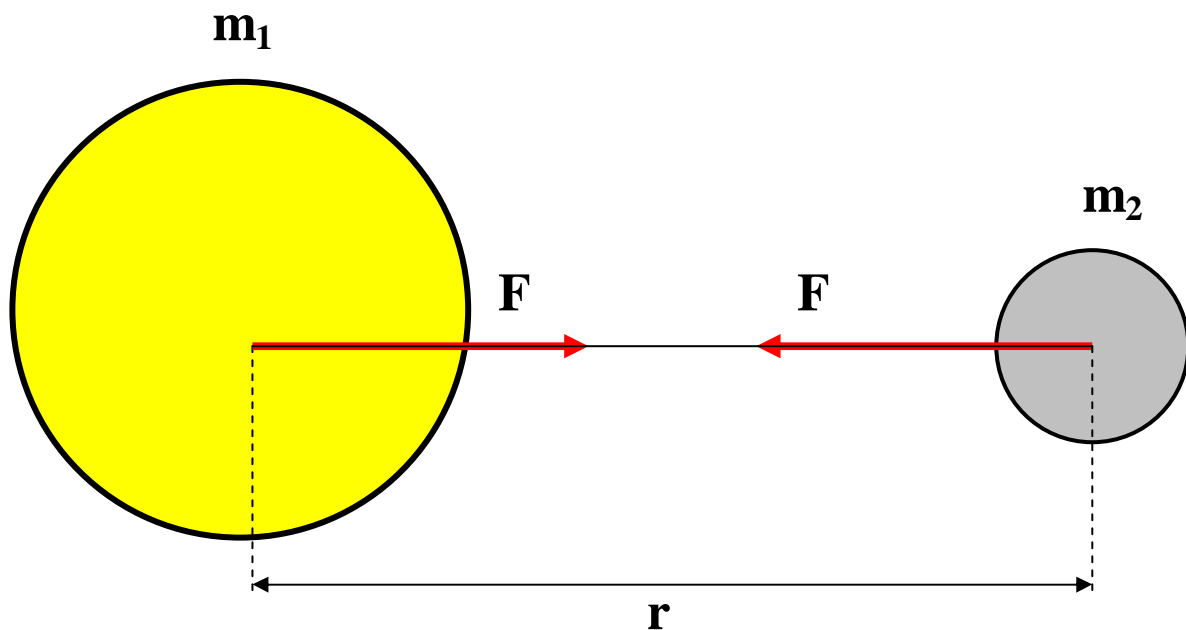


NEWTONIN PAINOVOIMALAKI eli GRAVITAATIOLAKI (= YLEINEN VETOVOIMALAKI)



- kappaleiden m_1 ja m_2 välinen vetovoima F on

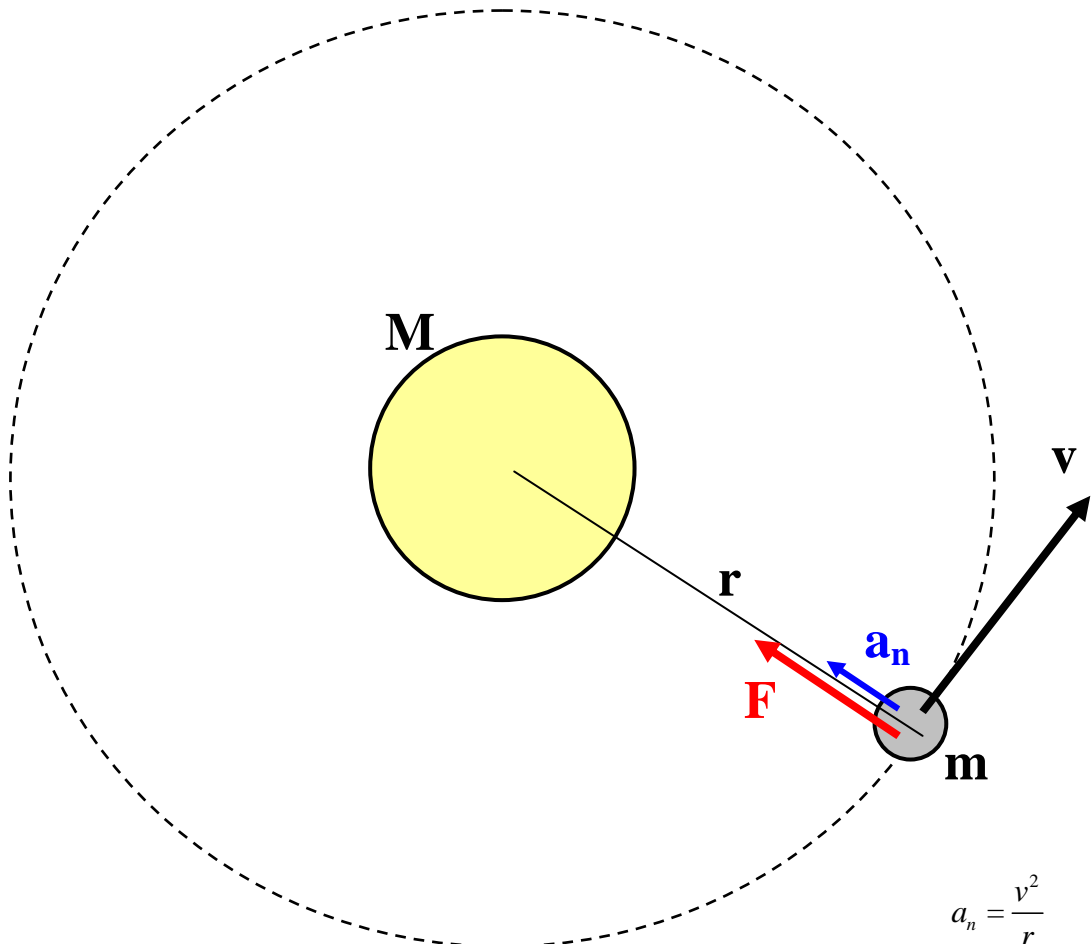
$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- kappaleiden massat ovat m_1 ja m_2
- r on kappaleiden keskipisteiden välinen etäisyys
- χ on yleinen gravitaatiovakio (= G , f)
 $\chi = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ (MAOL s. 71)
- gravitaatiovuorovaikutus pitää tähtiä ja tähtijärjestelmiä koossa ja hallitsee taivaankappaleiden ja galaksien liikkeitä sekä määrää maailmankaikkeuden tulevan kehityksen

SOVELLUS:

TAIVAANKAPPALEIDEN MASSOJEN MÄÄRITYS

$$M = ?$$



- gravitaatiovoima F pitää kappaleen m ympyräradalla:

→ kappaleen m liikeyhtälö:

gravitaatiovoima = keskeisvoima

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad \longrightarrow \quad M = \frac{v^2 r}{\gamma}$$

- ratanopeus $v = \frac{2\pi r}{T}$

(T = kierrosaika)

- r on rataympyrän säde, γ on gravitaatiovakio (MAOL s. 71).

Esim. 1.

Laske Maan ja Kuun gravitaatiovoiman suuruus.

Maan massa on $5,974 \cdot 10^{24}$ kg ja Kuun massa on $7,348 \cdot 10^{22}$ kg.

Maan ja Kuun keskimääräinen etäisyys on 384 400 km.

Ratkaisu.

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 7,348 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{(3,844 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \approx 1,982 \cdot 10^{20} \text{ N}.$$

$$\mathbf{F \approx 2,0 \cdot 10^{20} \text{ N.}}$$

Esim. 2.

Määritä Auringon massa olettaen, että Maa kiertää Aurinkoa ympyräradalla. Maan keskimääräinen etäisyys Auringosta on $149,59787 \cdot 10^9$ m ja kiertoaika Auringon ympäri 365,25 d.

Ratkaisu.

Gravitaatiovoima vaikuttaa säteen suunnassa ja pakottaa Maan kiertämään radallaan Auringon ympäri. Maan liikeyhtälö Aurinkoa kiertävällä ympyräradalla on $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

Skalaariyhtälöksi saadaan

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad (\text{gravitaatiovoima} = \text{keskeisvoima})$$

josta saadaan Auringon massaksi lauseke

$$M = \frac{v^2 r}{\gamma} \quad (*)$$

Maan ratanopeus $v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 149,59787 \cdot 10^9 \text{ m}}{365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \approx 29,79 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, joka

sijoitetaan yhtälöön (*), jolloin saadaan

$$M = \frac{v^2 r}{\gamma} = \frac{\left(29,79 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 149,59787 \cdot 10^9 \text{ m}}{6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}} \approx 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}.$$

Auringon massa $M \approx 2,0 \cdot 10^{30}$ kg. (Vrt. MAOL s. 111).

Huom! Maan keskinopeus radalla $v = 29,78$ m/s on annettu taulukossa (MAOL s. 112).