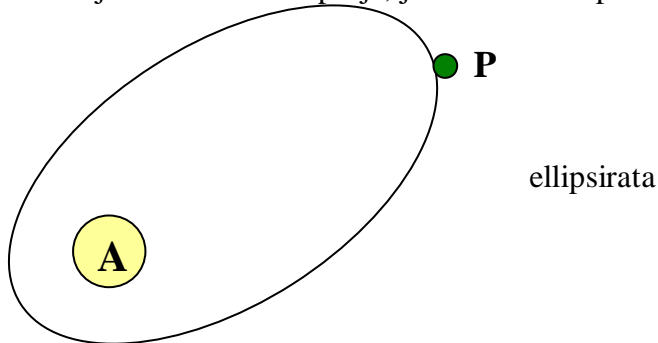


## KEPLERIN LAIT:

Johannes Kepler (1571-1630) ryhtyi Tyko Brahen (1546-1601) havaintoaineiston pohjalta etsimään taivaanmekaniikan lainalaisuuksia. Kepler tiivisti tutkimustyönsä kolmeen lakiinsa (Keplerin lait).

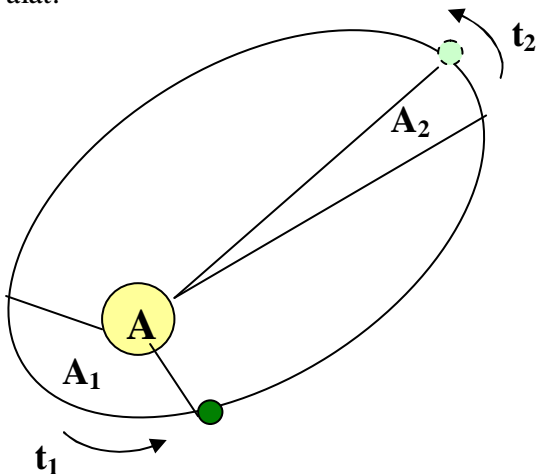
### **I LAKI eli RATALAKI:**

Planeettojen radat ovat ellipsejä, joiden toisessa polttopisteessä on Auriko.



### **II LAKI eli PINTA-ALALAKI:**

Planeetan liikkua Aurinkoon yhdistävä jana pyyhkii yhtä pitkissä ajoissa yhtä suuret pinta-  
alat.

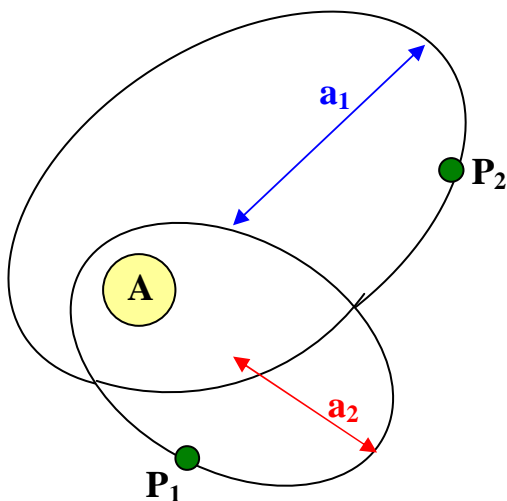


aika  $t_1 = t_2$

ala  $A_1 = A_2$

### **III LAKI eli KIERTOAIKALAKI:**

Planeettojen kiertoaikojen neliöt suhtautuvat toisiinsa kuten niiden ellipsiratojen isoakselien puolikkaiden kuutiot.



$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

## TODISTUS:

Newtonin gravitaatiolaista seuraa Keplerin III laki.

Kappaleen (esim. planeetan)  $m$  pakottaa ympyräradalle gravitaatiovoima, joten sen liikeyhtälö kiertäessä kappaletta  $M$  on  
(gravitaatiovoima = kekeisvoima)

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad (*)$$

jossa ratanopeus  $v = \frac{2\pi r}{T}$

Sijoittamalla ratanopeuden  $v$  lauseke liikeyhtälöön (\*) saadaan:

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r}$$

josta sievennyksen jälkeen seuraa:

$$\gamma \frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 r} \quad \text{ja edelleen:} \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma M} \quad (**)$$

Olkoon  $r_1$  = kappaleen (planeetan) 1 etäisyys Auringosta ja  
 $r_2$  = kappaleen (planeetan) 2 etäisyys Auringosta sekä  
vastaavat kiertoaajat Auringon ympäri  $T_1$  ja  $T_2$ .

Edellisestä yhtälöstä (\*\*) saadaan seuraavaksi

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{4\pi^2 r_1^3}{4\pi^2 r_2^3} \quad \rightarrow \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}, \text{ joka on Keplerin III laki.}$$

Kun planeettojen radat eivät ole ympyrän vaan ellipsin muotoisia, pitää radansäde  $r$  korvata isoakselin puolikkaalla  $a$ .

**Keplerin kolme lakia antoivat mittaus- ja havaintotarkuuden rajoissa täysin tarkkoja ennusteita tähtitieteen laskuissa. Keplerin lakien syvällisemmän selityksen antoi Isaac Newton (1642-1727). Hän johti ne teoreettisesti laskemalla yleisestä vetovoimalaistaan (vrt. edellä oleva tehtävä).**

