

TASAINEN YMPYRÄLIIKE JA LIIKEYHTÄLÖITÄ

TASAINEN YMPYRÄLIIKE: $v = \text{vakio}$,
suunta muuttuu $\Rightarrow a \neq 0$!!

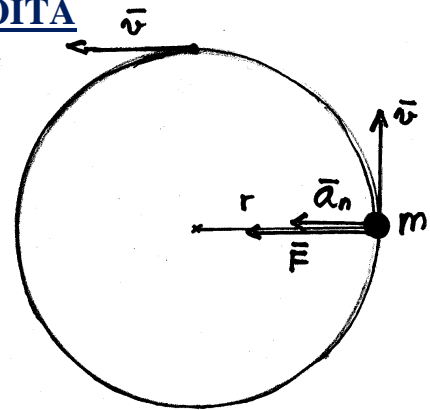
KESKEISKIIHTYVYYS eli normaalikiihtyvyys

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

KESKEISVOIMA

$$F = ma_n = m \frac{v^2}{r}$$

r = ympyrän säde, m = kappaleen massa



ESIM. LIIKEYHTÄLÖISTÄ

1) KITKAVOIMA = KESKEISVOIMA:

$$\mu mg = m \frac{v^2}{r}$$

(μ = kitkakerroin)

- esim. auto kaarteessa

2) PAINO = KESKEISVOIMA:

$$mg = m \frac{v^2}{r}$$

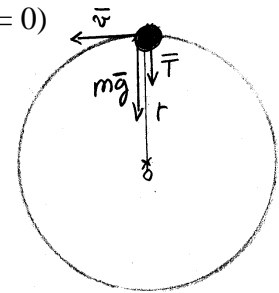
- esim. kappaleen pyöritys narun päässä pystytasossa (rajatapaus: $T = 0$)

kpl ylhäällä:

keskeisvoima = narun jännitysvoima T + kpl:een paino mg ;

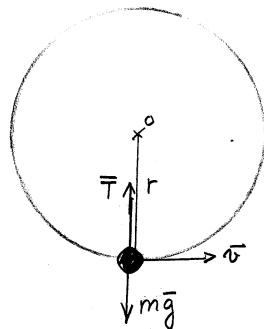
$$T + mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$\text{rajatapaus: } T = 0 \Rightarrow v_{\min} = \sqrt{gr}$$



kpl alhaalla:

$$T - mg = m \frac{v^2}{r}$$

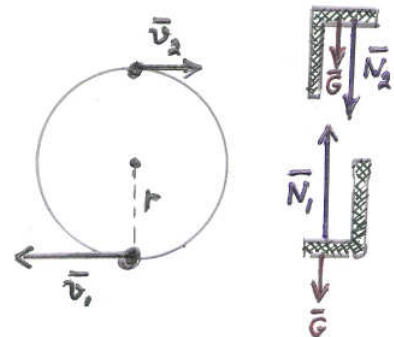


3) ISTUMEN TUKIVOIMA ± PAINO = KESKEISVOIMA:

- esim. lentokoneen ympyräilmukka; lentäjään kohdistuvat voimat. (N_1 ja N_2 istuimen tukivoimat, G = lentäjän paino)

$$\text{ylhäällä: } N_2 + G = m \frac{v^2}{r}$$

$$\text{alhaalla: } N_1 - G = m \frac{v^2}{r} \quad (\text{VRT. 2})$$



4) GRAVITAATIOVOIMA = KESKEISVOIMA:

$$f \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

(f = gravitaatiovakio)

(esim. M = maan massa, m = kiertolaisen massa, r = etäisyys)

- esim. satelliitti kiertää Maata, kuu kiertää planeettaa

5) MAGNEETTIKENTÄN AIHEUTTAMA VOIMA = KESKEISVOIMA:

$$QvB = m \frac{v^2}{r}$$

(B = magneettivuon tiheys, Q = varaus)

- esim. varauksen liike magneettikentässä (massaspektrometri, syklotroni, ...)

6) SÄHKÖINEN VOIMA eli Coulombin voima = KESKEISVOIMA:

$$k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

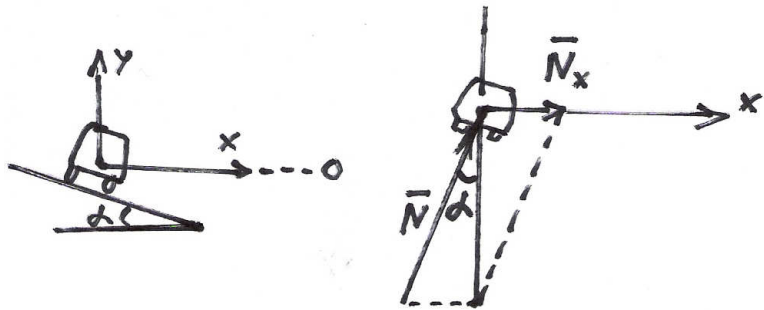
- esim. vetyatomi $k \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$ (m_e = elektronin massa, e = alkeisvaraus)
- elektronin liike oskilloskoopissa

7) PINNAN TUKIVOIMAN VAAKAKOMPONENTTI = KESKEISVOIMA:

$$N \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}$$

- esim. auto vinossa kaarteessa

Auto ajaa nopeudella 72 km/h jäistä, sileää kaarretta, jonka kaarevuussäde on 150 m. Kuinka suuri tulee tien kaltevuuden olla, jotta auto pysyisi tiellä kitkan ollessa häviävän pieni?



Auto on keskeisliikkeessä. Autoon vaikuttavat voimat ovat Maan vetovoima ja tien pintaan nähden kohtisuora tukivoima. Keskeisvoima suuntautuu liikeradan keskipistettä kohti ja on vaakasuora. Koska kitka on hyvin pieni, sen vaikutusta ei oteta huomioon.

Valitaan koordinaatisto siten, että x-akseli on vaakasuorassa ja suuntautuu ympyräradan keskipistettä kohti. Tällöin keskeisvoima ja tämä akseli ovat samansuuntaisia, ja keskeisvoimana on tien pinnan tukivoiman N x-akselin suuntainen komponentti $\bar{N}_x = \bar{N} \sin \alpha$;

$$\begin{cases} \sum \bar{F}_x = m \bar{a}_n \\ \sum \bar{F}_y = \bar{0} \end{cases}$$

Skalaariyhtälönä saadaan
$$\begin{cases} N \sin \alpha = m \frac{v^2}{r} \\ N \cos \alpha - mg = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N \sin \alpha = m \frac{v^2}{r} \\ N \cos \alpha = mg \end{cases}$$

Jaetaan yhtälöparin yhtälöt puolittain:
$$\frac{N \sin \alpha}{N \cos \alpha} = \frac{m \frac{v^2}{r}}{mg}$$

Tästä seuraa, että
$$\tan \alpha = \frac{v^2}{gr}$$

Sijoitetaan lähtöarvot.
$$\tan \alpha = \frac{v^2}{gr} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 150 \text{ m}}$$
, josta saadaan $\alpha \approx 15^\circ$.