TYÖ 4. PUTOAMISKIIHTYVYYDEN MÄÄRITYS

Tehtävä

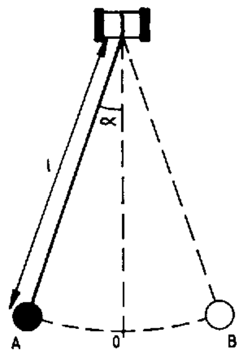
Tehtävänä on määrittää putoamiskiihtyvyyden g arvo heilurimenetelmää käyttäen.

Välineet

Punnus, ohutta lankaa (~ 1 metri), statiivi, leukapuristin, mitta(nauha), sekuntikello

Taustatietoja

Matemaattinen heiluri määritellään painottoman langan päässä heilahtelevaksi massapisteeksi. Tätä heilurin mallia noudattaa ominaisuuksiltaan varsin tarkasti ohueen lankaan ripustettu pieni pallo (kappale)(ks. kuva 1). Heilurin **pituus** l on kappaleen keskipisteen etäisyys ripustamispisteestä. Jos heiluri poikkeutetaan **tasapainoasemastaan** O ja jätetään painovoiman vaikutuksen alaiseksi, se alkaa heilahdella edestakaisin ääriasentojen A ja B välillä. Liike A:sta B:hen ja takaisin A:han on täysi **heilahdus** ja siihen kuluva aika **heilahdusaika** T. Kulma α on **heilahduskulma.** A:n (tai B:n) etäisyys tasapainoasemasta on heilahduslaajuus eli **amplitudi.**



Kuva 1.

Matemaattinen heiluri.

Matemaattisen heilurin heilahdusajasta $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

(MAOL s.118 (113)) voidaan johtaa putoamiskiihtyvyydelle g yhtälö:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2},$$

missä T = heilahdusaika (s) ja l = heilurin langan pituus (m).
(ks. Fysiikka 1 s. 80 (78)). Ks. liite 2.

Suoritusohjeita

Mittaa esimerkiksi 20 heilahduksen aika mahdollisimman tarkasti ja laske heilahdusaika T keskiarvona. Käytä pientä heilahduskulmaa ($\alpha < 6^o$). Määritä putoamiskiihtyvyyden absoluuttinen virhe ja ilmoita saamasi putoamiskiihtyvyys virherajoineen

<u>MITTAUSPÖYTÄKIRJA</u>: TYÖ 4. PUTOAMISKIIHTYVYYDEN MÄÄRITYS

- mittaa heilurin langan pituus l (~ 1 m) mahdollisimman tarkasti
- mittaa n heilahduksen (esim. n = 20) heilahduksen aika T (s) mahdollisimman tarkasti
  n = _____ .

l / m	n · **T** / s	**T** / s
		keskiarvo: **T** =

Laske putoamiskiihtyvyys g = ____________________ = ____________________ .

<u>Mittaustarkkuuden tarkastelua</u>:

Kuinka suureksi arvioit mittauksessa sekuntikellon kytkennästä ja katkaisusta johtuvan ajanmittausvirheen laskettuna yhden heilahduksen aikaa kohti ?
ΔT ≤ ____________________ **.**

Arvioi myös pituuden mittauksessa tekemäsi virhe
Δl ≤ ____________________ **.**

Putoamiskiihtyvyyden suhteellinen virhe on

$$\frac{\Delta g}{g} \leq \frac{\Delta l}{l} + 2 \cdot \frac{\Delta T}{T} \quad = \quad \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .$$

Laske **putoamiskiihtyvyyden absoluuttinen virhe** **Δg** = ____________________ .

Ilmoita saamasi **putoamiskiihtyvyys virherajoineen**

g = (_______________ ± _____________) m/s^2.

Vertaa tulosta kirjallisuusarvoon (ks. MAOL s. 71 (71)).

TEHTÄVÄ 1: Johda putoamiskiihtyvyyden g yhtälö matemaattisen heilurin heilahdusajan T lausekkeesta.
TEHTÄVÄ 2: Johda putoamiskiihtyvyyden g suhteellisen virheen lauseke $\frac{\Delta g}{g} \leq \frac{\Delta l}{l} + 2 \cdot \frac{\Delta T}{T}$ virheen kasautumissääntöjen avulla (ks. liite 1).
TEHTÄVÄ 3: Miten putoamiskiihtyvyyden g arvo vaihtelee maapallolla ja mistä vaihtelu johtuu? (ks. MAOL s. 112 (108)).
(Fysiikka 1 s. 79 (78)). Mitä putoamiskiihtyvyyden arvoa käytetään laskuissa?
TEHTÄVÄ 4: Kuinka suuria kiihtyvyyksiä ihminen kestää? Ks. F2 s. 98 (82).

<u>Liite 1</u>. <u>Tuloksen virheen määrittäminen virheen kasautumissääntöjen avulla;</u>
tulos virherajoineen: $f \pm \Delta f$ **.**

TULOKSEN VIRHE VOIDAAN MONISSA TAPAUKSISSA LASKEA SEURAAVIEN YKSINKERTAISTEN, <u>VIRHEEN KASAUTUMISTA KUVAAVIEN SÄÄNTÖJEN</u> AVULLA:

$$f = a + b \quad \Rightarrow \quad |\Delta f| = |\Delta a| + |\Delta b| \qquad \textbf{(1)}$$

$$f = a - b \quad \Rightarrow \quad |\Delta f| = |\Delta a| + |\Delta b| \qquad \textbf{(2)}$$

$$f = ab \quad \Rightarrow \quad \frac{|\Delta f|}{|f|} = \frac{|\Delta a|}{|a|} + \frac{|\Delta b|}{|b|} \qquad \textbf{(3)}$$

$$f = \frac{a}{b} \quad \Rightarrow \quad \frac{|\Delta f|}{|f|} = \frac{|\Delta a|}{|a|} + \frac{|\Delta b|}{|b|} \qquad \textbf{(4)}$$

$$f = a^n \quad \Rightarrow \quad \frac{|\Delta f|}{|f|} = \left| n \frac{\Delta a}{a} \right| \qquad \textbf{(5)}$$

Eksponentti n säännössä 5 voi olla negatiivinen tai murtoluku, joten sääntöä 5 voi soveltaa myös juurilausekkeiden käsittelyyn. Säännöt 1…5 perustuvat ns. *kokonaisdifferentiaaliin.*
Kolmen muuttujan x, y, z tapauksessa kokonaisdifferentiaali antaa säännön:

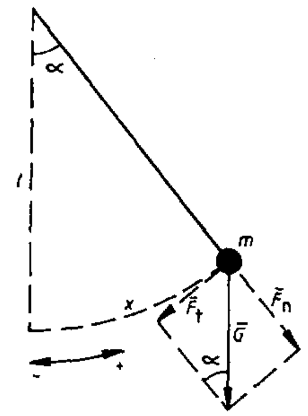
$$|\Delta f| = \left| \frac{\delta f}{\delta x} \Delta x \right| + \left| \frac{\delta f}{\delta y} \Delta y \right| + \left| \frac{\delta f}{\delta z} \Delta z \right| . \qquad \textbf{(6)}$$

Säännöissä 1 … 6 esiintyvät itseisarvomerkit voidaan jättää pois niistä termeistä, jotka tiedetään positiivisiksi. Tällöin virheen tulkitaan edustavan virheen itseisarvoa. Yksiköiden sijoittaminen ei ole tarpeen, koska ne supistuisivat välittömästi pois. Kun muistaa, että virheen arvioinnilla pyritään selvittämään virheen suuruusluokka, numerosijoituksissa voi pyöristää suureiden arvoja. Absoluuttinen virhe saadaan kertomalla mittaustuloksen perusteella laskettu arvo (yleensä keskiarvo) suhteellisella virheellä.

Virhetarkastelua on ohjeissa sekä esim. seuraavassa kirjallisuudessa:

- Arminen-Mäkelä-Mäkinen-Puhakka-Vierinen: Fysiikan laboratoriotyöt, Tammertekniikka 2. painos, 1999 s. 9-12.
- Luoma-Rahkonen-Tuovinen: Kokeellinen fysiikka s. 14-15,
- Hirvinen-Suvilinna-Virtanen: Fysiikan töitä, MAOL, Ky 1983 s. 13-14,
- Mäki-Valjakka-Vulli: Fysiikan työt I osa I, TTKK 1999 s. 29-33.

<u>liite 2</u>. Heilurin teoriaa.



Kuva 2. Heiluripalloon kohdistuvan Maan vetovoiman $\bar{G}$ jakaminen komponentteihin $\bar{F}_t$ ja $\bar{F}_n$.

Tarkastellaan heilurin liikettä teoreettisesti. Massapisteeseen kohdistuva Maan vetovoima $\bar{G}$ on jaettu komponentteihin $\bar{F}_t$ ja $\bar{F}_n$. Kuvan 2 mukaisesti $F_t = G \sin \alpha = mg \sin \alpha$. Mikäli kulma α on pieni, on $\sin \alpha \approx \alpha$, missä α on lausuttu absoluuttisen kulmamitan avulla (radiaaneina). Siten $\alpha = \frac{x}{l}$, missä x = heilahduskaaren pituuden puolikas. Kun lisäksi otetaan huomioon suuntasopimus, voidaan kirjoittaa

$$F_t = -\frac{mg}{l} \cdot x$$

Kerroin $\frac{mg}{l}$ on vakio, joten F_t on suoraan verrannollinen tasapainoasemasta mitattuun etäisyyteen. Tällaista voimaa sanotaan ________________ voimaksi. Heilahdusajan laskemiseksi voidaan siis käyttää värähdysliikkeen suureyhtälöä

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

missä m = värähtelijän massa ja k = voimavakio. Siten

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/l}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$