

# Johda vaihtovirran keskimääräinen teho $P = \frac{1}{2}\hat{p}$

jossa keskimääräinen teho  $P = \frac{1}{2}\hat{p} = \frac{1}{2}R\hat{i}^2$  ( $\hat{p}$  on tehon huippuarvo).

Vihje: Ratkaise integraali  $P = \frac{E}{T} = \frac{\int_0^T R\hat{i}^2 \sin^2 \omega t \cdot dt}{T}$

## RATKAISU

Vaihtovirtapiirissä sähköenergiaa muuttuu lämpöenergiaksi hetkellisellä teholla

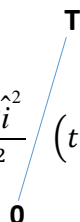
$$p = ui = Ri^2 = R(\hat{i} \sin \omega t)^2 = R\hat{i}^2 \sin^2 \omega t. \text{ Kulmanopeus } \omega = 2\pi f \text{ (rad/s) ja}$$

jaksonaika  $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ .  $f$  = taajuus (Hz). Lyhyenä aikavälinä  $dt$  muuttuu vaihtovirralla

$$\text{lämmöksi energiamäärä } dE = R\hat{i}^2 \sin^2 \omega t \cdot dt (*)$$

Integroimalla lauseke (\*) jakson yli ( $0 \rightarrow T$ ) jakson  $T$  aikana vastuksessa  $R$  lämmöksi muuttunut energia vaihtovirtapiirissä on  $E = \int_0^T R\hat{i}^2 \sin^2 \omega t \cdot dt$ .

Jakamalla jakson ajalla  $T$  saadaan vaihtovirtapiiriin keskimääräiselle teholle yhtälöt:

$$P = \frac{E}{T} = \frac{\int_0^T R\hat{i}^2 \sin^2 \omega t \cdot dt}{T} = \frac{1}{T} \cdot R\hat{i}^2 \int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{1}{T} \cdot \frac{R\hat{i}^2}{2} \left( t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right)$$


$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T} \left[ \left( T - \frac{\sin 2\omega T}{2\omega} \right) - \left( 0 - \frac{\sin 0}{2\omega} \right) \right] \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T} \left[ \left( T - \frac{\sin 2\omega \frac{2\pi}{\omega}}{2\omega} \right) - \left( 0 - \frac{\sin 0}{2\omega} \right) \right]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T} \left[ \left( T - \frac{\sin 4\pi}{2\omega} \right) - \left( 0 - \frac{\sin 0}{2\omega} \right) \right]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T} \left[ \left( T - \frac{0}{2\omega} \right) - \left( 0 - \frac{0}{2\omega} \right) \right]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T} [(T - 0) - (0 - 0)]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T} T = \frac{1}{2} R\hat{i}^2 = \frac{1}{2}\hat{p}$$

Siis  $P = \frac{1}{2}\hat{p}$