Johda vaihtovirran keskimääräinen teho $\boldsymbol{P = \frac{1}{2}\hat{p}}$

jossa keskimääräinen teho $P = \frac{1}{2}\hat{p} = \frac{1}{2}R\hat{i}^2$ ($\hat{p}$ on tehon huippuarvo).

Vihje: Ratkaise integraali $P = \frac{E}{T} = \frac{\int_0^T R\,\hat{i}^2 \sin^2 \omega t \cdot dt}{T}$

RATKAISU

Vaihtovirtapiirissä sähköenergiaa muuttuu lämpöenergiaksi hetkellisellä teholla

$p = ui = Ri^2 = R(\hat{i}\sin\omega t)^2 = R\,\hat{i}^2\sin^2\omega t$. Kulmanopeus $\omega = 2\pi f$ (rad/s) ja

jaksonaika $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$. f = taajuus (Hz). Lyhyenä aikavälinä *dt* muuttuu vaihtovirralla

lämmöksi energiamäärä $dE = R\,\hat{i}^2\sin^2\omega t \cdot dt$ (*)

Integroimalla lauseke (*) jakson yli (0 → T) jakson T aikana vastuksessa R lämmöksi muuttunut energia vaihtovirtapiirissä on $E = \int_0^T R\,\hat{i}^2\sin^2\omega t \cdot dt$.

Jakamalla jakson ajalla T saadaan vaihtovirtapiirin keskimääräiselle teholle yhtälöt:

$$P = \frac{E}{T} = \frac{\int_0^T R\,\hat{i}^2\sin^2\omega t \cdot dt}{T} = \frac{1}{T}\cdot R\hat{i}^2 \int_0^T \tfrac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)dt = \frac{1}{T}\cdot\frac{R\hat{i}^2}{2}\Big/_0^T\left(t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right)$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T}\left[\left(T - \frac{\sin 2\omega T}{2\omega}\right) - \left(0 - \frac{\sin 0}{2\omega}\right)\right] \qquad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T}\left[\left(T - \frac{\sin 2\omega\frac{2\pi}{\omega}}{2\omega}\right) - \left(0 - \frac{\sin 0}{2\omega}\right)\right]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T}\left[\left(T - \frac{\sin 4\pi}{2\omega}\right) - \left(0 - \frac{\sin 0}{2\omega}\right)\right]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T}\left[\left(T - \frac{0}{2\omega}\right) - \left(0 - \frac{0}{2\omega}\right)\right]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T}[(T-0) - (0-0)]$$

$$P = \frac{R\hat{i}^2}{2T}T = \frac{1}{2}R\hat{i}^2 = \frac{1}{2}\hat{p}$$

Siis $P = \frac{1}{2}\hat{p}$